جامعة البعث	**امتحان مقرر التحليل1**	الاسم :
كلية العلوم	العام الدراسي 2016–2017	الرقم :
	السنة أولى– رياضيات –فصل2	

السؤال الأول (30- د): ليكن لدينا السلاسل التالية:

$$S_1=\sum_{n=1}^{\infty} n x^{n-1},\ S_2=\sum_{n=0}^{\infty}\left[\frac{9^n}{n!}-\frac{7^n}{n!}\right],\ S_3=\sum_{n=0}^{\infty}\left[2^{-n}+\frac{n+2}{n!}\right],\ S_4=\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\cdot\frac{1}{\sqrt[3]{n^2}}$$

والمطلوب:1) أوجد المنطقة النهائية لتقارب السلسلة الأولى واحسب مجموعها!

2) ادرس تقارب السلسلتين الثانية والثالثة واحسب المجموع في حال التقارب!

3) عين نوع تقارب السلسلة الأخيرة ! .

السؤال الثاني [50د]: ليكن لدينا الدالتين التاليتين :

$$y_1=\sin(\arccos(5-x))+\cosh(\ln(x-4))+7^{\ln(x+4)},\quad y_2=\begin{cases}\ln\left|\sin\dfrac{(x^3-64)3\pi}{(x^2-16)}\right| & ;\ x<4\\ e & ;\ x=4\\ \arctan\left[3^{\frac{1}{4-x}}-\frac{1}{\sin(4-x)}\right] & ;\ x>4\end{cases}$$

و المطلوب:

1) أوجد معادلة المماس للمنحني $z=y_1$ في نقطة فاصلتها $x=5$!

2) ادرس استمرار الدالة y_2 وحدد نوع نقطة الانقطاع إن وجدت!

3) اذكر منحنيين من المنحنيات الشهيرة مع الرسم ومعادلة كل منهما.

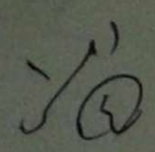
السؤال الثالث [20 د]: ادرس تقارب الجداءات الثلاث التالية :

$$P_1=\prod_{n=0}^{\infty}\left(e^{1-n}\right)\ P_2=\prod_{n=1}^{\infty}\left[3-\left(\frac{n+1}{n}\right)^n\right],\ P_3=\prod_{n=1}^{\infty}\left[1+\frac{1}{n(n+2)}\right]$$

انتهت الأسئلة

حمص في 13/ 7 /2017 مع تمنياتي بالتوفيق و النجاح

د. مصطفى حسن



سلم تصحيح امتحان مقرر التحليل1 للسنة الأولى رياضيات-16-17-فصل2

الجواب الأول (30-د): 1) سلسلة القوى- 10-:

$$S_1=\sum_{n=1}^{\infty} n.x^{n-1},\ S_2=\sum_{n=0}^{\infty}\left[\frac{9^n}{n!}-\frac{7^n}{n!}\right],\ S_3=\sum_{n=0}^{\infty}\left[2^{-n}+\frac{n+2}{n!}\right],\ S_4=\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n.\frac{1}{\sqrt[7]{n^5}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} n x^{n-1}=\left(\sum_{n=0}^{\infty} x^n\right)' \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} n.x^{n-1}=\left(\frac{1}{1-x}\right)'=\frac{1}{(1-x)^2}\ ;|x|<1\Rightarrow I=\left]-1,1\right[$$

$$x=-1\Rightarrow S_{1-1}=\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}.n:\ \lim_{n\to\infty} a_n\neq 0,\ a_n\geq a_{n+1}\ ;non\ convergence\ acc\ to\ L$$

$$x=1\Rightarrow S_{1-2}=\sum_{n=0}^{\infty} n=\infty \Rightarrow I_f=\left]-1,1\right[.$$

2) السلسلتان الثانية والثالثة - **10** -:

$$S_2=\sum_{n=0}^{\infty}\left[\frac{9^n}{n!}-\frac{7^n}{n!}\right]=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{9^n}{n!}-\sum_{n=0}^{\infty}\frac{7^n}{n!}=e^9-e^7=e^7(e^2-1).$$

$$S_3=S_3'-S_3''=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{2^n}-\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n+2}{n!}=2-\left[\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(n-1)!}+\sum_{n=0}^{\infty}\frac{2}{n!}\right]=2-[e-1+2e]=3(1-e).$$

3) نوع التقارب للسلسلة الثانية - 10 -: بما أن السلسلة متناوبة وتحقق شرطي ليبنتز :

$$\lim_{n\to\infty} a_n=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^{\frac{5}{7}}}=0,\ \ a_n=\sqrt[7]{n^5}\leq\sqrt[7]{(n+1)^5}$$

فهي متقاربة وبما أن:

$S_{4-1}=\sum_{n=1}^{\infty}\left|\frac{(-1)^n}{\sqrt[7]{n^5}}\right|=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[7]{n^5}}$ فهي سلسلة ريمان فيها $s=\frac{5}{7}<1$ فهي متباعدة فالتقارب شرطي.

الجواب الثاني [50 د]:

$$y_1=\sin(\arccos(5-x))+\cosh(\ln(x-4))+7^{\tan(x+40)},\ y_2=\begin{cases}\ln\left|\sin\dfrac{(x^3-64)3\pi}{(x^2-16)}\right| & ;\ x<4\\ e & ;\ x=4\\ \arctan\left[3^{\frac{1}{4-x}-\frac{1}{\sin(4-x)}}\right] & ;\ x>4\end{cases}$$

1) معادلة المماس-14-:

$$y_1 = \sin(\arccos(5-x)) + \cosh(\ln(x-4)) + 7^{\tan(x+40)} =$$
$$= \sqrt{1-(5-x)^2} + \cosh(\ln(x-4)) + 7^{\tan(x+40)}$$

$z_0 = y_1(5) = 1+1+7 = 9,$

$$z' = y_1' = \frac{-(5-x)}{\sqrt{1-(5-x)^2}} + \frac{1}{x-4}\sinh(\ln(x-4)) + \frac{1}{\cos^2(x+40)} 7^{\tan(x+40)} \ln 7$$

$\Rightarrow y_1'(5) = 14\ln 7 = \ln 7^{14} \Rightarrow z - 9 = (\ln 7^{14})(x-5).$

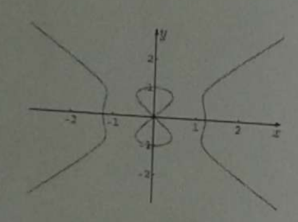
2) استمرار الدالة $y_2(x)$ -20-:الدالة مستمرة لأنها تركيب دوال مستمرة ولكن في النقطة $x = 4$ نجد:

$$\lim_{x \xrightarrow{<} 4} y_2 = 0 \;,\; \lim_{x \xrightarrow{>} 4} y_2 = \frac{2}{0^+} = +\infty \neq y_2(4) = e$$

فالدالة مستمرة من اليمين وبما أن كلا النهايتين غير محدودة فنقطة الانقطاع $(x=4)$ هي من النوع الثاني.(يقبل التفصيل على المسودة)

3) (8+8=16):تُعطى المعادلة الديكارتية لمنحني **الشيطان** بالشكل التالي : $y^4 - x^4 + a.y^2 + b.x^2 = 0$

و يأخذ منحنيه الشكل التالي :

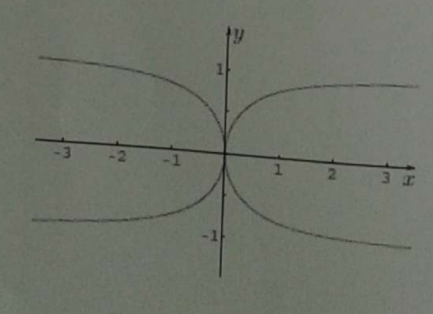


المنحني الكبّاوي (Kappa Curve):تُعطى المعادلة المعادلة الديكارتية للمنحني الكبّاوي بالشكل :

$$y^2(y^2 + x^2) = a^2 x^2$$

و مباشرة نجد أن المعادلة القطبية هي: $r = a.cot\theta$

و يأخذ منحنيه الشكل :



الجواب الثالث [20 د]: لكل من الجدائين الأول والثاني ست درجات

$$P_1=\prod_{n=0}^{\infty}\left(e^{3^{-n}}\right)\overset{theorem}{\Rightarrow}\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1}{3}\right)^n\overset{G.series}{=}\frac{1}{1-3^{-1}}=\frac{3}{2};\frac{1}{3}<1$$

$$P_2=\prod_{n=1}^{\infty}\left[3-\left(\frac{n+1}{n}\right)^n\right]a_n\xrightarrow[n\to\infty]{}3-e\neq 1$$

الجداء الأول متقارب والثاني متباعد لأنه لايحقق الشرط اللازم. أما الثالث-18-: إن الحد العام للجداء المعطى يكتب بالشكل :

$$a_n=1+\frac{1}{n(n+2)}=\frac{n(n+2)+1}{n(n+2)}=\frac{n^2+2n+1}{n(n+2)}=\frac{(n+1)^2}{n(n+2)}=\left[\frac{n+1}{n}\right]\left[\frac{n+1}{n+2}\right]$$

وبالتالي لنشكل متتالية الجداءات الجزئية :

$$P_n=\prod_{k=1}^{n}\left(\frac{k+1}{k}\right)\left(\frac{k+1}{k+2}\right)=\prod_{k=1}^{n}\left(\frac{k+1}{k}\right)\prod_{k=1}^{n}\left(\frac{k+1}{k+2}\right)=$$

$$=\left(\frac{2}{1}\cdot\frac{3}{2}\cdot\dots\cdot\frac{n}{n-1}\cdot\frac{n+1}{n}\right)\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{5}\cdot\dots\cdot\frac{n}{n+1}\cdot\frac{n+1}{n+2}\right)=(n+1)\left(\frac{2}{n+2}\right)=\frac{2(n+1)}{(n+2)}$$

$$\lim_{n\to\infty}P_n=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2(n+1)}{(n+2)}\right)=2$$

وبما أن متتالية الجداءات الجزئية متقاربة من 2 فإن الجداء متقارب وقيمته تساوي 2.

انتهت الأجوبة

د. مصطفى حسن